



**AgEcon** SEARCH  
RESEARCH IN AGRICULTURAL & APPLIED ECONOMICS

*The World's Largest Open Access Agricultural & Applied Economics Digital Library*

**This document is discoverable and free to researchers across the globe due to the work of AgEcon Search.**

**Help ensure our sustainability.**

Give to AgEcon Search

AgEcon Search  
<http://ageconsearch.umn.edu>  
[aesearch@umn.edu](mailto:aesearch@umn.edu)

*Papers downloaded from **AgEcon Search** may be used for non-commercial purposes and personal study only. No other use, including posting to another Internet site, is permitted without permission from the copyright owner (not AgEcon Search), or as allowed under the provisions of Fair Use, U.S. Copyright Act, Title 17 U.S.C.*

# EFICIENCIA TÉCNICA DE LA INVERNADA EN URUGUAY: UN ANÁLISIS DE FRONTERAS DE PRODUCCIÓN

Bruno Lanfranco  
Ignacio Buffa

## Resumen

*Este trabajo evaluó el comportamiento de un grupo de veintisiete empresas ganaderas o unidades tomadoras de decisiones (UTD), provenientes de catorce grupos CREA localizados en dos zonas contrastantes del país, en función de su eficiencia en el uso de insumos. El estudio consideró una función de producción con un producto (carne vacuna) y tres insumos variables (pasturas, suplementos y sanidad). Se aplicó un análisis de envoltorio de datos (DEA) sobre la información física y económica promedio de tres ejercicios. El DEA es una técnica de programación lineal que permite identificar qué empresas, dentro de un grupo, son más eficientes al ubicarse sobre una frontera de producción estimada empíricamente. Solamente seis UTD exhibieron combinaciones insumo/producto eficientes (100%), tres alcanzaron 98% y una mostró un índice de eficiencia de 92%. Las ineficiencias estuvieron referidas al gasto en suplementación o sanidad. Siete UTD mostraron niveles de eficiencia menores a 60%, una de ellas con un guarismo inferior a 40%. La inexistencia de correlaciones lineales entre el índice de eficiencia calculado y las variables descriptivas más relevantes de las UTD, sugieren que las diferencias se debieron a factores vinculados a la gestión, relacionadas, a su vez, con las características socioeconómicas de los productores.*

Palabras clave: análisis de envoltorio de datos, frontera de producción, programación lineal.

## Summary

*This study evaluated the performance of a group of twenty-seven livestock production enterprises or decision making units (DMU) from fourteen CREA groups located in two contrasting areas of the country, with respect to their input cost efficiency. The study considered a production function with one product (beef) and three input variables (pastures, supplements and health costs). A data envelopment analysis (DEA) was applied the DMUs using average physical and economic information from three years. The DEA is a linear programming technique that enables to identify which DMUs, within a group, are more efficient, as they locate at the empirically estimated production frontier. The results showed that only six DMUs exhibited efficient input/output combinations (100%), three reached a 98% efficient, and one showed an efficiency rate of 92%. The inefficiencies were referred to the spending on supplementation or health. On the lower level, seven DMU showed efficiency levels lower than 60%, with one of them exhibiting an efficiency rate of less than 40%. The absence of linear correlations between the efficiency ratios and the descriptive variables characterizing DMUs, suggest that the differences were due to management factors that are related, in turn, to socio-economic characteristics of producers.*

Key words: data envelopment analysis, lineal programming, production frontier.

## **I. Introducción**

La ganadería es una de las actividades más importantes para la economía uruguaya. A nivel primario, es realizada por alrededor de 48 mil establecimientos, 85% de los cuales la realizan en exclusividad, en tanto que el restante 15% lo hace en conjunto con actividades agrícolas. La superficie total ocupada por la ganadería de carne en Uruguay alcanza 13 millones de hectáreas, en donde pastan 11 millones de vacunos y 7,5 millones de ovinos (DIEA, 2012).

En los últimos cinco años, las exportaciones de carne vacuna fresca y congelada, sin hueso, promediaron las 250 mil toneladas peso embarque, reportando anualmente alrededor de 1.000 millones de dólares al país, siendo la actividad exportadora más importante, con el 17% del total de exportaciones del país (URUNET, 2011). Por su lado, el mercado interno de carne vacuna consume en promedio unas 140 mil toneladas por año. Entre los años 2004 y 2009, el consumo anual total de carnes de uruguayos mostró un comportamiento ascendente, con un promedio de 82 kilos *per cápita*, de los cuales 52 kilos (63,4%) correspondieron a carne vacuna. En el año 2009 el consumo individual de carne vacuna alcanzó a 58 kilos, significando un total de 190 mil toneladas en todo el país (Costas, Herrera y Correa, 2010).

Tras varios años de muy alto nivel de crecimiento y dinamismo, el sector ganadero uruguayo enfrenta el enorme desafío de superar algunos obstáculos que aun observa, para poder consolidar ese nivel de crecimiento. La ganadería en Uruguay se encuentra hoy amenazada por otras actividades como la forestal y la agrícola, fundamentalmente soja, quienes ejercen una fuerte competencia por el factor tierra. Ello obliga a incrementar sustancialmente la eficiencia económica de la actividad a través del uso de tecnologías de gestión y toma de decisiones en la empresa. Sobre este punto, Helguera, Lanfranco y Majó (2004) sugirieron que la carencia de un paquete tecnológico estandarizado, de aplicación sencilla y validado en situaciones comerciales a escala predial, podría ser una de las razones que expliquen, en alguna medida, su escaso uso por parte de los productores agropecuarios.

Sin embargo, aun en el caso de productores que exhiben un nivel aceptable de adopción de estas tecnologías de gestión y toma de decisiones, con un cierto grado de interacción y colaboración a través del intercambio de experiencias como en el caso de los participantes de grupos CREA, existen diferencias de manejo empresarial que sugieren la existencia de ineficiencias que, a su vez, afectan los resultados de la empresa.

Como señalaran Thompson y Thore (1992), las teorías acerca del comportamiento racional de las unidades tomadoras de decisiones económicas (UTD) generalmente parten de una cierta

premisa. Dado un problema determinado, los individuos o empresas se comportan como si primero reunieran toda la información disponible acerca de las alternativas posibles, realizaran todos los cálculos necesarios para evaluar y comparar dichas alternativas y luego eligieran un curso de acción, maximizando beneficios, bienestar o cualquier otro objetivo plausible. Esta idea se sintetiza a través del concepto de “racionalidad económica”, premisa básica en todo análisis económico.

Sin embargo, expresada de esta manera la racionalidad económica, resulta difícil explicar el comportamiento “subóptimo” que a menudo se observa por parte de las UTD, las que, por una razón u otra no arriban a la solución óptima que tal concepto implica. El verdadero concepto de racionalidad no tiene otra connotación que asumir que el productor o la empresa es capaz de tomar las mejores decisiones en su beneficio y en forma consistente, de acuerdo a la información que maneja (Lanfranco y Helguera, 2006). El acceso y procesamiento de la información no es “gratis”, es decir, tiene costo que debe ser incorporado a la función de producción. A veces, el costo de lograr una solución óptima puede ser prohibitivo, al menos para algunas UTD. En otros casos, el productor considera que los beneficios esperados de una tecnología no son suficientes para equiparar y superar los costos de su adopción, incluyendo los costos de información. En ambos casos, puede decirse que la solución que surge de la toma de decisiones no es óptima sino satisfactoria.

Thompson y Thore (1992) reconocieron que aún este concepto es difícil de aplicar a ciertas UTD que no arriban a soluciones racionales definidas de esta manera. Al menos en el corto plazo, algunas UTD no administran los recursos disponibles en forma eficiente, adoptando decisiones subóptimas. Los llamados análisis de fronteras de producción reconocen ese hecho, procurando distinguir aquellas UTD que son más eficientes (localizadas sobre la frontera de producción), de otras que no hacen un uso eficiente de insumos y factores de producción (están “fuera” de dicha frontera).

Surgidos a partir de los conceptos de eficiencia técnica y eficiencia económica desarrollados por Farrell (1957), los análisis de fronteras de producción evolucionaron admitiendo diversos enfoques y modalidades de desarrollo y distintas técnicas de análisis empírico (Bravo-Ureta y Pinheiro, 1993). Actualmente constituyen un amplio cuerpo de técnicas desarrolladas en la disciplina económica, cuyo núcleo distintivo es el reconocimiento explícito de que algunos tomadores de decisión adoptan soluciones subóptimas, en términos de las relaciones insumo/producto empleadas en la función de producción. Su propósito es distinguir aquellas UTD que son más eficientes, es decir, se localizan sobre la frontera de producción, de las que,

por el contrario, no hacen un uso eficiente de los insumos y factores de producción; éstas últimas se localizan “fuera” de dicha frontera.

Desde el momento en que más de una UTD se puede ubicar sobre la frontera de producción, son varias las respuestas obtenidas a partir del análisis de fronteras de producción, lo cual indica que la decisión óptima no es única y pueden existir diversas formas de organizar y administrar la producción. Sin embargo, puede decirse que las empresas que no alcanzan la frontera no hacen un uso eficiente de sus insumos, si se las compara con una combinación lineal de las otras empresas, sugiriendo que su desempeño podría mejorar mediando cambios o reacomodos en sus procesos de producción.

El objetivo de este estudio fue evaluar el comportamiento de un grupo de empresas ganaderas dedicadas fundamentalmente a la invernada de bovinos, en términos del nivel de eficiencia económica exhibido en el empleo de insumos y factores en la producción. A partir de la información productiva y económica registrada, se aplicó el análisis de envoltorio de datos, más conocido como DEA por su sigla en inglés (*data envelopment analysis*), para estimar en forma empírica la frontera de producción para el grupo de empresas evaluadas. Dentro de dicho grupo se identificaron aquellas UTD que se localizaron sobre la frontera (eficientes) y las que se ubicaron fuera de ella.

Recientemente, Gomes (2008) realizó una importante revisión bibliográfica sobre el uso de modelos basados en el DEA en el sector agropecuario, encontrando un total de ciento cincuenta y ocho referencias en la literatura internacional, hasta mediados de 2007. Posteriormente a esa fecha, se publicaron varios estudios que involucraron la aplicación del DEA en el sector agropecuario. A modo de ejemplo, Gomes, Soares de Mello y de Freitas (2007) compararon rendimientos de sistemas agrícolas que utilizan tecnología de corte y quema y de trituration de cama de aves por las unidades familiares campesinas de Amazônia Oriental. Por otro lado, Abreu *et al.* (2008) evaluaron diferentes modelos DEA para estudiar la eficiencia de introducción y adaptación de tecnologías en el sistema bovino criador extensivo de la zona del Pantanal.

Gomes, Soares de Mello y Mangabeira (2009) y Gomes *et al.* (2009a) utilizaron distintos modelos DEA para analizar eficiencia y sostenibilidad de sistemas agropecuarios en la Amazônia brasileira. A su vez, Gomes *et al.* (2009b) propusieron el uso de modelos DEA para evaluar la distribución espacial de la eficiencia en el uso de la tierra, por parte de agricultores familiares en el estado de Rondônia. En Argentina, mientras tanto, Arzubi *et al.* (2009)

trabajaron con una base de cuarenta explotaciones ovinas ubicadas en la provincia de Buenos Aires para realizar determinaciones de eficiencia técnica y económica.

## **II. Materiales y Métodos**

### **A. La frontera de posibilidades de producción**

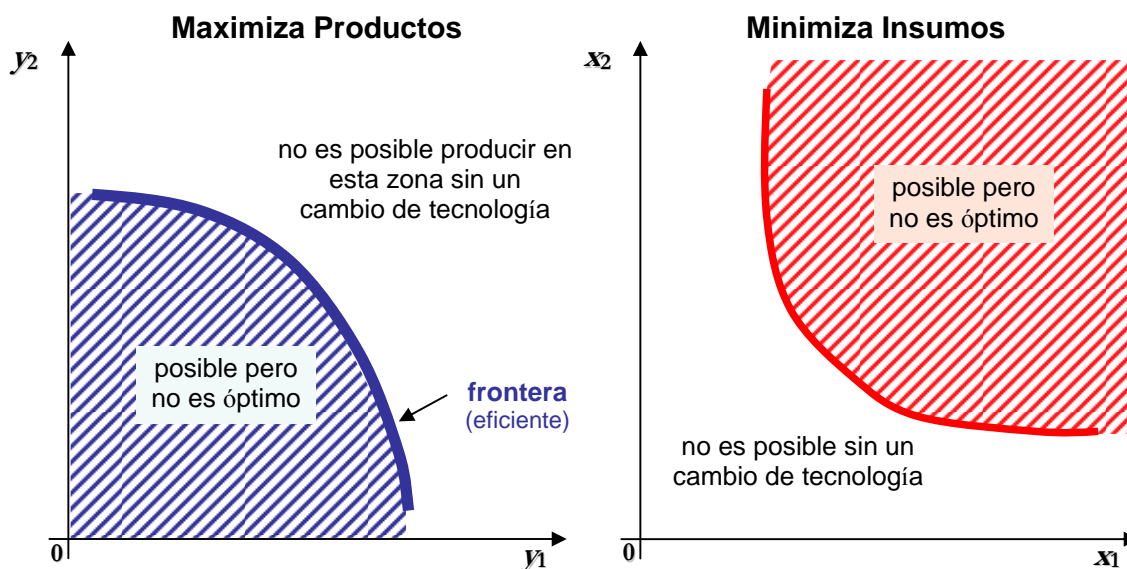
La llamada **función de producción** es una relación que representa la cantidad máxima que puede producirse de uno o varios bienes a partir de los recursos disponibles. Por ejemplo, a partir de un rodeo de cría de determinado tamaño, cierto nivel de recursos forrajeros, suplementos minerales y eventualmente granos, mano de obra y otros insumos, como ser específicos veterinarios, se puede producir un máximo potencial de animales para reemplazo o faena (carne).

La forma que adquiere la función de producción, es decir, esa relación entre recursos y productos, depende de la **tecnología** empleada. Es la tecnología la que pone límites y determina que a partir de una cierta dotación de recursos existe un máximo de productos a obtener. Puede producirse menos pero nunca más. En forma equivalente, no puede producirse una cantidad determinada de producto sino a partir de una combinación mínima de insumos y factores de producción. Se pueden emplear más recursos de los necesarios pero nunca menos, a menos que se cambie la tecnología. Esto está íntimamente ligado a la idea de **eficiencia técnica**.

Con frecuencia son varias las combinaciones óptimas posibles de factores e insumos para obtener un producto, así como el portafolio de productos que pueden surgir de una dotación de recursos productivos; raramente existe una sola **solución óptima**. Se trata de un concepto tecnológico-productivo y no económico, por el cual los insumos y factores de producción admiten cierto grado de sustitución entre sí, sin alterar ni la cantidad ni la calidad de producto obtenido. Ese conjunto de combinaciones óptimas que permiten producir o elaborar una determinada cantidad de producto constituyen lo que se conoce como **frontera de posibilidades de producción** o simplemente **frontera de producción**. El concepto es intuitivo; no se puede traspasar esa frontera sin apelar al cambio tecnológico.

Para conceptualizar mejor estos conceptos puede apelarse a la **Gráfica 1**. Del lado izquierdo de la gráfica se visualiza la frontera de posibilidades de producción desde el punto de vista del producto. A modo de ejemplo, se consideran dos productos,  $y_1$  e  $y_2$ , que podrían ser carne y lana o terneros y vacas de invernada, etc. A partir de una cierta dotación de recursos, se puede producir cualquier combinación de productos correspondiente al área rayada en azul. Esta se

delimita por la curva azul más gruesa, que representa la frontera de producción, allí donde se produce el máximo posible de acuerdo a una cierta dotación de recursos combinados mediante una tecnología determinada. La función de producción nos determina la ubicación de la frontera. Sobre la frontera se ubican las soluciones óptimas o eficientes; por debajo, las soluciones son subóptimas o ineficientes.



**Gráfica 1. Fronteras de posibilidades de producción.**

Del lado derecho se representa el mismo concepto, visto desde el punto de vista de los factores de producción. El área rayada en rojo representa las combinaciones de insumos, en este caso solamente dos ( $x_1$  e  $x_2$ ) para producir una determinada cantidad de producto. La cantidad mínima necesaria, para el nivel tecnológico aplicado está determinada por la frontera (línea gruesa roja). Existen varias combinaciones óptimas posibles pero no es posible producir la cantidad fijada con menos recursos.

Tanto desde el punto de vista teórico como del práctico, el análisis puede realizarse de una forma como o otra pues el resultado es idéntico. Obtener la mayor cantidad posible de producto a partir de un determinado nivel fijo de insumos es exactamente lo mismo que obtener una cantidad determinada de producto empleando la mínima cantidad de insumos posible. En esta investigación se optó por el segundo enfoque por ser de una implementación más sencilla para este caso particular.

## **B. Definición de las UTD y construcción de la matriz de datos**

El estudio se inició con treinta y nueve predios ganaderos invernaderos o UTD provenientes de catorce grupos CREA localizados en dos zonas contrastantes del país: litoral oeste y cristalino. Dichos predios fueron monitoreados durante tres ejercicios consecutivos (2007/08, 2008/09 y 2009/10). Durante ese período, las UTD registraron toda la información física y económica necesaria para el análisis.

El tamaño de los predios varió entre un mínimo de 57 hectáreas y un máximo de 2.269 hectáreas, con índices de productividad CONEAT que oscilaron entre 82 y 184. Se consideró una función de producción con un producto (carne vacuna) y tres insumos variables (pasturas, suplementos y sanidad). La frontera de producción que engloba el conjunto de UTD considerados en el análisis y que permite realizar medidas de eficiencia en la forma propuesta por Farrell (1957) fue estimada en forma empírica mediante la técnica DEA.

En este estudio, la DEA fue aplicado sobre los datos promedio de un trienio sobre veintisiete de las treinta y nueve UTD iniciales, las que registraron la información requerida durante los tres ejercicios de monitoreo. Aquellas que por alguna razón no registraron datos durante algún año fueron descartadas. La DEA es una técnica de programación lineal que permite determinar que predios o empresas, dentro de un grupo, se ubican sobre la frontera de producción estimada en forma empírica.

Cada una de ellas es comparada, a través de la combinación de insumos y productos que presenta, con la combinación de insumos y productos de una empresa eficiente, la cual es generada mediante la combinación lineal de las empresas que componen el grupo seleccionado. Esta empresa o UTD compuesta define la frontera de producción alcanzable por las empresas que participan del análisis. Representa las combinaciones de insumos y productos eficientes para el nivel de tecnología aplicado y envuelve las combinaciones de insumos y productos de las UTD reales (Thompson y Thore, 1992).

Las características de los veintisiete predios ganaderos analizados se presentan en la **Tabla 1**. Los predios están identificados con el número de UTD asignado al comienzo del trabajo. De los treinta y nueve predios originales, doce fueron descartados por no haber registrado toda la información necesaria durante los tres ejercicios (UTD # 1, 19, 21, 22, 23, 25, 27, 28, 29, 30, 37 y 38).



**Tabla 1. Predios (UTD) participantes en los tres ejercicios.**

UTD	Zona	Índice CONEAT	SPV (has)	% Área Mejorada	Verdeos % (I+V)	Dotación UGV/ha	Eficiencia Stock (%)	Mortandad (%)	Producción (kg/ha/año)
2	Cristalino	104	1.163	79	10	1,91	54	1,8	264
3	Cristalino	88	2.310	63	11	1,33	44	1,1	156
4	Cristalino	114	1.006	59	11	1,74	55	2,4	223
5	Cristalino	96	1.403	32	16	1,51	56	4,5	209
6	Cristalino	100	98	80	8	1,29	50	1,3	215
7	Cristalino	86	1.198	97	0	1,60	52	0,6	230
8	Cristalino	121	691	75	2	1,56	55	0,8	227
9	Cristalino	144	1.655	21	12	1,06	38	0,5	116
10	Cristalino	91	566	39	8	1,31	40	1,8	148
11	Cristalino	82	876	45	3	1,07	46	1,8	145
12	Litoral	88	611	27	1	1,27	35	1,7	132
13	Litoral	124	1.039	15	22	1,26	46	0,9	172
14	Litoral	97	751	38	9	1,12	50	2,3	167
15	Litoral	124	517	88	7	1,77	52	1,5	249
16	Litoral	89	624	71	10	1,38	48	1,6	207
17	Litoral	89	741	46	23	1,20	58	1,2	229
18	Litoral	93	442	53	17	1,56	38	2,4	177
20	Litoral	129	475	75	21	1,36	54	1,6	227
24	Litoral	104	389	78	21	1,31	61	1,2	264
26	Litoral	114	715	72	35	1,76	55	1,4	303
31	Litoral	100	531	40	36	1,73	64	1,4	267
32	Litoral	103	557	55	11	1,61	51	2,6	240
33	Litoral	86	404	50	68	2,42	61	3,3	451
34	Litoral	184	317	81	17	1,70	53	2,3	256
35	Litoral	96	184	43	52	1,50	64	1,5	309
36	Litoral	97	123	44	37	2,16	67	2,0	482
39	Litoral	100	58	87	11	2,56	51	2,7	373
<b>Promedio para N=27</b>		<b>105</b>	<b>721</b>	<b>57</b>	<b>18</b>	<b>1,56</b>	<b>52</b>	<b>1,8</b>	<b>239</b>

Excepto en lo que refiere al índice de productividad CONEAT, cuyo valor es permanente en el período de estudio, los datos presentados corresponden al promedio de los tres ejercicios considerados. El índice CONEAT intenta expresar la relación entre la capacidad de producción de un predio, medida en términos de carne y lana y las unidades de suelo que lo componen. Su uso está muy arraigado y su principal ventaja radica en su fácil interpretación por parte de productores, extensionistas y demás operadores del sector (Lanfranco y Sapriza 2010). El índice CONEAT promedio para las veintisiete UTD fue de 105, en tanto que la mediana y la moda fueron ambas 100. El predio con mayor índice de productividad tenía un CONEAT 184, en tanto que el de menor índice registró 82.

La tercera columna corresponde a la superficie de pastoreo con vacunos (SPV) expresada en hectáreas. El área promedio fue de 721 ha en tanto que la mediana de la distribución se situó en las 611 ha. El rango de áreas se ubico entre un mínimo de 56 ha hasta un máximo de 2.310 ha. Las siguientes dos columnas representan, por un lado la proporción de SPV mejorada (%), sea con praderas artificiales o con mejoramientos de campo (fertilización fosfatada, introducción de gramíneas o leguminosas de mayor calidad) y, por otro lado, la proporción de las áreas con verdeos. En este último caso, al considerarse tanto verdeos de invierno como de verano, existen superposiciones de área por lo que la suma de estos con la de pasturas y otros mejoramientos puede superar el 100%. El promedio de área mejorada para los veintisiete predios fue de 57%, con un mínimo de 15% y un máximo de 97%. En el caso de las áreas de verdeos, el promedio se situó en 18%, variando entre 0 y 68%.

La dotación ganadera, que aparece en la séptima columna, se expresa en términos de unidades ganaderas vacunas por hectárea (UGV/ha SPV). De uso muy extendido en el sector, la UGV equivale a una vaca de cría de raza británica en estado de preñez al 30 de junio. A partir de esta definición, se asignan equivalencias con las restantes categorías vacunas, de forma de expresar la dotación en una unidad común. La dotación promedio para las veintisiete UTD consideradas fue de 1,56 UGV/ha, variando en un rango de entre 1,06 y 2,56.

La eficiencia del stock se mide en porcentaje y estima la producción anual del rodeo por unidad de carga animal media anual, ambos medidos en kilogramos por hectárea y por año. La eficiencia de stock promedio para las veintisiete UTD se estimó en 52%, mostrando una variación de entre 35% y 67%. La mortandad fue expresada en términos porcentuales de UGV perdidas por muerte en relación a las UGV en stock. El valor promedio fue de 1,8%, variando desde un mínimo de 0,5 a un máximo de 4,5%. La última columna presenta la producción física del predio (carne vacuna) para la variable considerada, en términos de kilogramos de carne en pie por hectárea y por año. El promedio de los tres años para las veintisiete UTD fue 239 kg/ha/año, desde un mínimo anual de 116 kg/ha a un máximo de 482 kg/ha.

El resultado económico de las veintisiete UTD presentado en la **Tabla 2** corresponde al promedio de los ejercicios 07/08, 08/09 y 09/10. En las cinco columnas que siguen a la identificación de cada UTD, se presenta el producto bruto (PB), el gasto incurrido para cada uno de los tres insumos analizados (pasturas, suplementación y sanidad) y el resultado obtenido, en términos de margen bruto (MB) de la actividad, todas estas cifras expresadas en dólares por hectárea (US\$/ha). El PB promedio para el grupo de empresas fue de US\$/ha 275,83. El gasto promedio en pasturas fue de US\$/ha 68,85. El gasto en suplementación

promedió US\$/ha 60,06, en tanto que el de sanidad promedió US\$/ha 7,56. Por su parte, el MB de la actividad promedió US\$/ha 139,37, para el conjunto de predios considerado.

**Tabla 2. Producto Bruto, gasto en insumos y margen bruto, por hectárea y por dólar de PB (en US\$)**

UTD	Resultado Económico, en US\$/ha (promedio 3 ejercicios)					Gasto y Margen Bruto, por US\$ de PB			
	Producto Bruto	Gasto en Pasturas	Gasto en Suplem.	Gasto en Sanidad	Margen Bruto	Gasto en Pasturas	Gasto en Suplem.	Gasto en Sanidad	Margen Bruto
2	238,82	68,07	92,84	8,98	68,93	0,29	0,39	0,04	0,29
3	170,27	28,57	23,53	2,55	115,62	0,17	0,14	0,01	0,68
4	255,40	51,81	64,25	2,57	136,78	0,20	0,25	0,01	0,54
5	219,25	50,38	36,63	3,87	128,37	0,23	0,17	0,02	0,59
6	287,75	43,82	78,68	5,12	160,12	0,15	0,27	0,02	0,56
7	263,23	57,22	26,85	7,65	171,51	0,22	0,10	0,03	0,65
8	273,54	81,08	128,57	8,11	55,78	0,30	0,47	0,03	0,20
9	122,15	30,11	11,96	2,18	77,91	0,25	0,10	0,02	0,64
10	166,43	42,16	38,62	2,72	82,94	0,25	0,23	0,02	0,50
11	165,19	58,84	8,13	6,58	91,64	0,36	0,05	0,04	0,55
12	119,20	19,71	23,67	4,54	71,28	0,17	0,20	0,04	0,60
13	204,06	41,58	19,44	4,74	138,30	0,20	0,10	0,02	0,68
14	178,30	44,18	25,69	2,73	105,70	0,25	0,14	0,02	0,59
15	209,58	77,17	59,80	7,03	65,59	0,37	0,29	0,03	0,31
16	191,30	68,11	20,09	4,81	98,28	0,36	0,11	0,03	0,51
17	247,32	35,41	22,24	7,20	182,47	0,14	0,09	0,03	0,74
18	171,26	22,51	39,45	8,05	101,25	0,13	0,23	0,05	0,59
20	262,74	69,53	14,23	6,77	172,21	0,26	0,05	0,03	0,66
24	355,41	68,68	29,35	3,87	253,51	0,19	0,08	0,01	0,71
26	396,45	122,32	35,82	6,07	232,23	0,31	0,09	0,02	0,59
31	326,64	86,05	65,92	13,94	160,73	0,26	0,20	0,04	0,49
32	293,23	37,96	64,96	5,08	185,24	0,13	0,22	0,02	0,63
33	579,89	207,70	251,20	27,30	93,69	0,36	0,43	0,05	0,16
34	267,52	78,03	64,68	10,55	114,27	0,29	0,24	0,04	0,43
35	345,94	145,93	39,87	9,06	151,08	0,42	0,12	0,03	0,44
36	613,16	152,83	205,31	20,43	234,59	0,25	0,33	0,03	0,38
39	523,47	69,16	129,79	11,67	312,84	0,13	0,25	0,02	0,60
<b>Promedio</b>	<b>275,83</b>	<b>68,85</b>	<b>60,06</b>	<b>7,56</b>	<b>139,37</b>	<b>0,25</b>	<b>0,20</b>	<b>0,03</b>	<b>0,53</b>

Normalizando mediante el PB se obtienen los datos de la segunda mitad de la tabla. Obviando la columna de PB por ser ahora un vector de unos, las siguientes tres columnas representan el nivel de gastos de cada insumo, en términos de dólares empleados para obtener cada dólar de PB. Es el costo promedio en cada insumo necesario para obtener una unidad monetaria de producto. Estas son las variables de interés para el modelo utilizado en este trabajo. La última columna, presenta el MB obtenido por cada dólar de PB.

### C. Construcción y cómputo del modelo de análisis

Charnes, Cooper y Rhodes (1978) describieron el método DEA como un modelo de programación matemática que, aplicado sobre datos empíricos, ofrece una nueva forma de obtener estimaciones de relaciones tales como las que configuran funciones de producción o superficies de posibilidades (fronteras) de producción.

Antes de presentar el modelo DEA aplicado en esta investigación es conveniente definir la notación utilizada. Sea:

$n = 1, \dots, N$ firmas.	el índice que identifica a las UTD.
$r = 1, \dots, R$ productos.	el índice de los productos utilizados por las UTD.
$m = 1, \dots, M$ insumos.	el índice de los insumos o factores utilizados por las UTD.
$\mathbf{q}_n' = (q_{1j}, q_{2j}, \dots, q_{Rj})$	el vector columna ( $R \times 1$ ) de productos de la $n$ ésima UTD.
$\mathbf{x}_n' = (x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{Mj})$	el vector columna ( $M \times 1$ ) de insumos de la $n$ ésima UTD.
$\boldsymbol{\lambda} = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N)$	el vector fila ( $1 \times N$ ) de ponderadores para las $N$ firmas.
$\theta$	un escalar <i>theta</i> que representa el “factor de escalamiento”.

Tanto los insumos como los productos pueden combinarse linealmente a través del vector  $\boldsymbol{\lambda}$  cuyos ponderadores  $\lambda_n \geq 0$  son no negativos, para  $n = 1, \dots, N$ :

$$\mathbf{x}_1\lambda_1 + \mathbf{x}_2\lambda_2 + \dots + \mathbf{x}_N\lambda_N, \quad (1)$$

$$\mathbf{q}_1\lambda_1 + \mathbf{q}_2\lambda_2 + \dots + \mathbf{q}_N\lambda_N. \quad (2)$$

El enfoque aquí utilizado considera que cada UTD exhibe retornos a escala constantes o modelo CCR (Charnes, Cooper y Rhodes, 1978). Si la  $n$ ésima UTD opera a un factor  $\lambda_n$ , sus productos pueden expresarse como  $\mathbf{q}_n\lambda_n$  y sus insumos como  $\mathbf{x}_n\lambda_n$ . Siguiendo un desarrollo similar al ejemplificado por Thompson y Thore (1992), si se construye una “UTD compuesta” que opera la unidad  $n$  con un factor  $\lambda_n$ , para  $n = 1, \dots, K$ , y se identifica como  $(\mathbf{x}^\lambda, \mathbf{q}^\lambda)$ , su portafolio de productos será igual a (2) obtenido con el nivel de insumos (1).

El propósito del análisis de fronteras es distinguir las UTD “eficientes”, ubicadas en la frontera de producción de aquellas “no eficientes”, localizadas fuera de ésta. Las primeras hacen un empleo óptimo de los insumos y factores de producción en tanto que las últimas hacen tan solo un uso subóptimo. Si  $(\mathbf{x}^0, \mathbf{q}^0)$  es una empresa real, o sea, una de las UTD bajo estudio de forma  $(\mathbf{x}_k, \mathbf{q}_k)$ , para  $k \in n = 1, 2, \dots, N$ , sus insumos y productos se pueden comparar con los de  $(\mathbf{x}^\lambda, \mathbf{q}^\lambda)$ . Por tanto, si se puede encontrar un vector  $\boldsymbol{\lambda}$  de ponderadores tal que:

$$\mathbf{q}^\lambda \geq \mathbf{q}^0 \quad (3)$$

$$\mathbf{x}^\lambda < \mathbf{x}^0 \quad (4)$$

se puede afirmar que  $(\mathbf{x}^0, \mathbf{q}^0)$  es dominada o ineficiente ya que existe una UTD compuesta que requiere menos insumos (4) para producir al menos la misma cantidad de producto (3). Si dicho vector  $\lambda$  de ponderadores no existe, entonces decimos que  $(\mathbf{x}^0, \mathbf{y}^0)$  no es dominada o es eficiente en escala y se encuentra localizada en la frontera de producción.

Re-escalando (3) y (4) mediante el “factor de escalamiento”  $\theta$ :

$$\mathbf{q}^\lambda \geq \mathbf{q}^0, \quad (5)$$

$$\mathbf{x}^\lambda \leq \theta \mathbf{x}^0, \quad (6)$$

$$0 \leq \theta \leq 1. \quad (7)$$

Se puede decir que  $(\mathbf{x}^0, \mathbf{q}^0)$  es ineficiente si existe una UTD compuesta  $(\mathbf{x}^\lambda, \mathbf{q}^\lambda)$  tal que las condiciones (5), (6) y (7) son satisfechas con  $\theta < 1$ . Si  $\theta \geq 1$  para todas las UTD compuestas de este tipo, entonces  $(\mathbf{x}^0, \mathbf{q}^0)$  es eficiente.

El factor  $\theta$  es un multiplicador que hace que la combinación insumo/producto de una firma real sea tan eficiente como las que conforman la frontera de producción. Reescala los insumos de  $\mathbf{x}^0$  a  $\theta \mathbf{x}^0$  en forma equiproporcional (retornos a escala). Cuanto menor sea  $\theta$ , más cerca se encontrará la firma de alcanzar la condición de eficiencia para el grupo de empresas considerado (industria). Minimizando  $\theta$  se minimiza la distancia que separa a la firma de la frontera de producción, esto es, del nivel alcanzable de eficiencia. A priori se asume que ninguna de las empresas reales  $(\mathbf{x}_n, \mathbf{q}_n)$ , para  $n = 1, \dots, N$ , domina a alguna de las restantes empresas reales.

El problema de encontrar el menor valor posible de  $\theta$  puede expresarse como:

$$\text{Minimizar } \theta \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \text{Sujeto a: } & \mathbf{q}_1 \lambda_1 + \mathbf{q}_2 \lambda_2 + \dots + \mathbf{q}_N \lambda_N \geq \mathbf{q}^0, \\ & \mathbf{x}^0 \theta - (\mathbf{x}_1 \lambda_1 + \mathbf{x}_2 \lambda_2 + \dots + \mathbf{x}_N \lambda_N) \geq 0, \\ & \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N \geq 0, \\ & \theta \text{ no presenta restricciones a priori.} \end{aligned}$$

Dado que tanto  $\mathbf{x}^0$ , como  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N$ , son todos no negativos, la segunda restricción obliga al factor  $\theta$  a ser también no negativo, si bien no se trata de una restricción explícita. La restricción  $\theta \leq 1$  no se incluye en (8) porque se produce en forma automática. Una solución

posible es que  $\theta = 1$ ,  $\lambda_n = 1$ , para  $n = k$  y  $\lambda_n = 0$ , para  $n \neq k$  ya que satisface todas las restricciones, es decir que siempre es posible llevar el valor de  $\theta$  a uno. Si la solución óptima del problema en (8) es  $\theta^* = 1$ , entonces la UTD  $(\mathbf{x}^0, \mathbf{q}^0)$  es eficiente en escala y si  $\theta^* < 1$ , entonces es ineficiente.

Apelando a uno de los resultados más importantes en programación lineal, como el teorema de dualidad, el problema original (primal) se puede expresar también en su forma dual, definiendo los vectores  $\mathbf{u}$ , de dimensión  $(R \times 1)$ , y  $\mathbf{v}$ , de dimensión  $(M \times 1)$ , cuyos elementos son los precios sombra normalizados de productos e insumos que enfrenta cada UTD, respectivamente. Winston (1994) señaló que, en esencia, el teorema de dualidad establece que ambos problemas (primal y dual) tienen una misma solución, o sea, que los valores óptimos que surgen de las respectivas funciones objetivo son las mismas. Así, la forma dual de (8) es:

$$\begin{aligned} \text{Maximizar} \quad & \mathbf{u}'\mathbf{q}^0 & (9) \\ \text{Sujeto a:} \quad & \mathbf{v}'\mathbf{x}^0 = 1, \\ & \mathbf{u}'\mathbf{q}_j - \mathbf{v}'\mathbf{x}_j \leq 0, \\ & \mathbf{u}, \mathbf{v} \geq 0. \end{aligned}$$

La restricción  $\mathbf{v}'\mathbf{x}^0 = 1$  surge del hecho que el valor de  $\theta$  no fue restringido explícitamente en (8). Se trata de un factor de normalización que simplemente toma una de entre la infinita cantidad de soluciones posibles, pudiendo ser impuesta o no (Thompson y Thore 1992).

La solución que optimiza el problema (9) es el mismo factor de multiplicación  $\theta$  que surge del problema (8), de acuerdo al teorema de dualidad. Para la  $k$ -ésima UTD,  $\mathbf{u}'\mathbf{q}_k$  equivale al ingreso marginal en tanto que equivale al costo marginal. Si la UTD es eficiente, entonces  $\mathbf{u}'\mathbf{q}_k = 1$  y la solución óptima implica que  $\mathbf{u}'\mathbf{q}_j = \mathbf{v}'\mathbf{x}_k = \theta = 1$ . Por el contrario, si la UTD en cuestión es ineficiente, entonces  $\mathbf{u}'\mathbf{q}_k < 1$ , o sea que  $\mathbf{u}'\mathbf{q}_k - \mathbf{v}'\mathbf{x}_k = \theta < 1$ . Adicionalmente, a partir del problema dual se pueden establecer las condiciones complementarias de holgura:

$$\mathbf{u}(-\mathbf{q}^0 + \mathbf{x}\lambda) = 0, \quad (10)$$

$$\mathbf{v}(-\mathbf{x}\lambda + \theta \mathbf{x}^0) = 0. \quad (11)$$

Si  $\mathbf{u} > 0$  significa que  $\mathbf{q}^0 = \mathbf{x}\lambda$ , en tanto que si  $\mathbf{v} > 0$ , entonces  $\mathbf{x}\lambda = \theta \mathbf{x}^0$ . Esto significa que la UTD  $(\mathbf{x}^0, \mathbf{q}^0)$  es tan eficiente como la  $(\mathbf{x}^\lambda, \mathbf{q}^\lambda)$  en el uso de productos e insumos. La restante condición de holgura es:

$$\lambda(\mathbf{u}'\mathbf{q}_k - \mathbf{v}'\mathbf{x}_k) = 0. \quad (12)$$

La condición (12) es análoga al concepto de pérdida marginal. El vector  $\lambda$  contiene los ponderadores que identifican a la combinación insumo/producto más “cercana” ubicada en la frontera de producción. Si  $\lambda_k < 0$  para  $k = n = 1, \dots, N$ : significa que el ingreso marginal es igual al costo marginal ( $\mathbf{u}'\mathbf{q}_k = \mathbf{v}'\mathbf{x}_k$ ) y la UTD es eficiente.

El modelo de programación lineal presentado en (8) fue desarrollado en lenguaje GAMS (*General Algebraic Modeling System*), en su versión 2.0.36.7, y computado utilizando el solver CPLEX. El modelo fue optimizado para cada una de las UTD ( $N = 27$ ), considerando una función de producción de un producto ( $R = 1$ ) de modo que el vector  $\mathbf{q}$  se transforma en el escalar  $q$  y tres insumos ( $M = 3$ ), de modo que  $\mathbf{x}_n$  es un vector de tres elementos ( $x_{n1}, x_{n2}$  y  $x_{n3}$ ). El modelo de optimización se redujo a elegir los elementos de  $\theta$  y  $\lambda_n$  de modo que:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar} \quad & \theta_k && k \in n = 1, \dots, 27 && (13) \\ \text{Sujeto a:} \quad & q_1\lambda_1 + q_2\lambda_2 + \dots + q_{27}\lambda_{27} \geq q^0, \\ & \mathbf{x}^0\theta - (\mathbf{x}_1\lambda_1 + \mathbf{x}_2\lambda_2 + \dots + \mathbf{x}_{27}\lambda_{27}) \geq 0, \\ & \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{27} \geq 0, \\ & \theta_k \text{ sin restricciones.} \end{aligned}$$

De esta forma, las veintisiete UTD se ordenaron en un ranking de eficiencia, de acuerdo a los valores de  $\theta$  calculados. En cada caso se computó el vector de los ponderadores  $\lambda$  que definen la UTD compuesta  $(\mathbf{x}^\lambda, q^\lambda)$  frente a la cual se comparó  $(\mathbf{x}^0, q^0)$ . Adicionalmente, se computaron los valores marginales del vector  $\lambda$  para la condición de holgura (12). Los valores marginales  $\lambda_n$  permitieron establecer la pérdida marginal de eficiencia de  $(\mathbf{x}^0, q^0)$  por utilizar su propia combinación de insumos/productos ( $\lambda_k$ ), así como las ganancias o pérdidas potenciales de eficiencia que incurriría por utilizar las combinaciones de insumos/productos de las restantes UTD ( $\lambda_n$  para  $n \neq k$ ).

#### **D. Análisis de la relación entre eficiencia y parámetros productivos**

A los efectos de completar el análisis, se intentó establecer una relación entre el nivel de eficiencia económica alcanzado y algunos índices productivos (tamaño y productividad de la superficie de pastoreo, producción de carne por hectárea y eficiencia del stock), de manejo (dotación, proporción del área mejorada) y económicos (margen bruto por hectárea). Se estimó una matriz de correlaciones (Davidson y MacKinnon, 1993) para verificar algún tipo de correlación lineal entre dichas variables. En una segunda instancia y con el mismo objetivo, se estimó un modelo de regresión multivariada utilizando como variable dependiente el valor calculado de eficiencia. Debido a la restricción implícita de *theta* ( $0 < \theta \leq 1$ ) se

utilizó un modelo de regresión adecuado a la presencia de truncamiento en la variable dependiente (Tobit) estimado mediante el método de máxima verosimilitud (Maddala 1983).

### III. Resultados y Discusión

#### A. Resultados físicos y económicos de las UTD seleccionadas

No es posible presentar en el espacio disponible en este artículo los resultados completos de las veintisiete optimizaciones, cada una de las cuales involucró el cómputo de treinta y dos parámetros en forma directa ( $\theta$ ,  $\lambda_n$  para  $n = 1, \dots, 27$ ,  $u$  y  $v_m$  para  $m = 1, 2, 3$ ). Los mismos se encuentran disponibles a solicitud del lector interesado. La **Tabla 3** presenta los resultados principales para cada UTD analizada ( $\mathbf{x}^0$ ,  $q^0$ ). La segunda columna presenta el índice de eficiencia theta ( $\theta$ ). La tercera columna corresponde al valor marginal del ponderador  $\lambda$  que, cuando es mayor a cero, expresa la pérdida marginal de eficiencia por el uso de la combinación insumo/producto observada, en tanto que en la última columna se presentan los valores de los ponderadores que conforman la UTD compuesta ( $\mathbf{x}^\lambda$ ,  $q^\lambda$ ) más cercana ubicada en la frontera de producción (eficiente) contra la cual la UTD ( $\mathbf{x}^0$ ,  $q^0$ ) es comparada. Nótese que, al tratarse de ponderadores, se cumple que  $\sum \lambda_n = 1$  para  $n = 1, \dots, 27$ .

Los resultados obtenidos muestran que seis fueron las UTD que resultaron económicamente eficientes en la combinación de insumos utilizada. Las UTD identificadas como  $k = 4, 11, 17, 20, 24$  y  $32$  lograron un índice de eficiencia  $\theta_k = 1$ , lo cual indica que se localizaron en la frontera de producción. En tanto que sus respectivos niveles de  $\lambda_k = 1$  y  $\lambda_n = 0$  para  $n \neq k$  indican que no existe ninguna combinación que las domine. Dichas UTD utilizaron la mejor combinación de insumos posibles, para los niveles de precios que debieron hacer frente.

En un segundo nivel se encuentran cuatro UTD, cuyo valor de eficiencia fue superior a 90% ( $0,9 \leq \theta < 1$ ). En orden descendiente, éstas fueron la UTD #18 ( $\theta = 0,984709$ ), la #3 ( $\theta = 0,984192$ ), la #39 ( $\theta = 0,979715$ ) y la #6 ( $\theta = 0,915436$ ). Denotando un nivel de eficiencia menor aun, cinco UTD mostraron un índice de entre 80 y 90% ( $0,8 \leq \theta < 0,9$ ) mientras que tres UTD mostraron un valor entre 70 y 80% ( $0,7 \leq \theta < 0,8$ ). El primer grupo estuvo conformado por la UTD #13 ( $\theta = 0,873121$ ), la #26 ( $\theta = 0,864152$ ), la #12 ( $\theta = 0,819943$ ), la #9 ( $\theta = 0,808541$ ) y la #7 ( $\theta = 0,808191$ ). En el otro grupo se ubicaron la #14 ( $\theta = 0,753379$ ), la #5 ( $\theta = 0,750813$ ) y la #10 ( $\theta = 0,725171$ ).



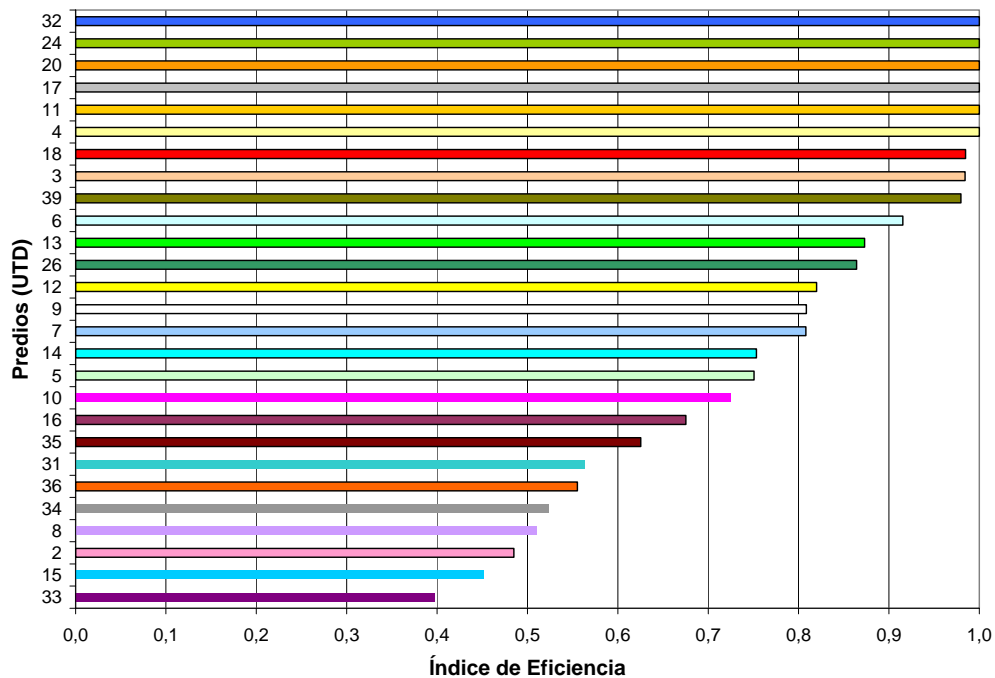
**Tabla 3. Estimación de los índices de eficiencia para los veintisiete predios ganaderos (UTD) analizados**

UTD <sub>j</sub>	Índice de Eficiencia $\theta_j$	Pérdida Marginal $\lambda_j$	Ponderadores de la UTD compuesta ( $x^{\lambda}$ , $q^{\lambda}$ ) más cercana en la frontera de producción (eficiente)
2	0,484914	0.515086	$\lambda_{17} = 0,137 + \lambda_{24} = 0,108 + \lambda_{32} = 0,755$ .
3	0,984192	0.015808	$\lambda_{17} = 0,076 + \lambda_{24} = 0,543 + \lambda_{32} = 0,381$ .
4	1,000000	0.000000	$\lambda_4 = 1,000$ . La UTD <sub>4</sub> no está dominada por ninguna UTD compuesta ( $x^{\lambda}$ , $q^{\lambda}$ ).
5	0,750813	0.249187	$\lambda_{17} = 0,022 + \lambda_{24} = 0,671 + \lambda_{32} = 0,307$ .
6	0,915436	0.084564	$\lambda_{24} = 0,156 + \lambda_{32} = 0,844$ .
7	0,808191	0.191809	$\lambda_{17} = 0,568 + \lambda_{20} = 0,152 + \lambda_{24} = 0,280$ .
8	0,509979	0.490021	$\lambda_{24} = 0,340 + \lambda_{32} = 0,660$ .
9	0,808541	0.191459	$\lambda_{17} = 0,079 + \lambda_{20} = 0,140 + \lambda_{24} = 0,781$ .
10	0,725171	0.274829	$\lambda_{24} = 0,850 + \lambda_{32} = 0,150$ .
11	1,000000	0.000000	$\lambda_{11} = 1,000$ . La UTD <sub>11</sub> no está dominada por ninguna UTD compuesta ( $x^{\lambda}$ , $q^{\lambda}$ ).
12	0,819943	0.180057	$\lambda_{17} = 0,446 + \lambda_{32} = 0,554$ .
13	0,873121	0.126879	$\lambda_{17} = 0,439 + \lambda_{20} = 0,093 + \lambda_{24} = 0,468$ .
14	0,753379	0.246621	$\lambda_{24} = 0,897 + \lambda_{32} = 0,103$ .
15	0,451898	0.548102	$\lambda_{17} = 0,119 + \lambda_{24} = 0,554 + \lambda_{32} = 0,327$ .
16	0,675379	0.324621	$\lambda_{20} = 0,410 + \lambda_{24} = 0,590$ .
17	1,000000	0.000000	$\lambda_{17} = 1,000$ . La UTD <sub>17</sub> no está dominada por ninguna UTD compuesta ( $x^{\lambda}$ , $q^{\lambda}$ ).
18	0,984709	0.015291	$\lambda_{32} = 1,000$ .
20	1,000000	0.000000	$\lambda_{20} = 1,000$ . La UTD <sub>20</sub> no está dominada por ninguna UTD compuesta ( $x^{\lambda}$ , $q^{\lambda}$ ).
24	1,000000	0.000000	$\lambda_{24} = 1,000$ . La UTD <sub>24</sub> no está dominada por ninguna UTD compuesta ( $x^{\lambda}$ , $q^{\lambda}$ ).
26	0,864152	0.135848	$\lambda_{20} = 0,159 + \lambda_{24} = 0,841$ .
31	0,563193	0.436807	$\lambda_{17} = 0,655 + \lambda_{24} = 0,156 + \lambda_{32} = 0,189$ .
32	1,000000	0.000000	$\lambda_{32} = 1,000$ . La UTD <sub>32</sub> no está dominada por ninguna UTD compuesta ( $x^{\lambda}$ , $q^{\lambda}$ ).
33	0,397667	0.602333	$\lambda_{17} = 0,206 + \lambda_{24} = 0,159 + \lambda_{32} = 0,635$ .
34	0,523800	0.476200	$\lambda_{17} = 0,432 + \lambda_{24} = 0,273 + \lambda_{32} = 0,294$ .
35	0,625419	0.374581	$\lambda_{20} = 0,370 + \lambda_{24} = 0,630$ .
36	0,555223	0.444777	$\lambda_{17} = 0,159 + \lambda_{24} = 0,106 + \lambda_{32} = 0,735$ .
39	0,979715	0.020285	$\lambda_{32} = 1,000$ .

En un rango de eficiencia superior a 50% pero menor a 70% ( $0,5 \leq \theta < 0,7$ ) se ubicaron seis UTD, a saber, #16 ( $\theta = 0,675379$ ), #35 ( $\theta = 0,625419$ ), #31 ( $\theta = 0,563193$ ), #36 ( $\theta = 0,555223$ ), #34 ( $\theta = 0,523800$ ) y #8 ( $\theta = 0,509979$ ). Finalmente, solamente tres UTD registraron un índice inferior a 50% ( $\theta < 0,5$ ). Ellas fueron la #2 ( $\theta = 0,488914$ ), #15 ( $\theta = 0,451898$ ) y #33 ( $\theta = 0,397667$ ).

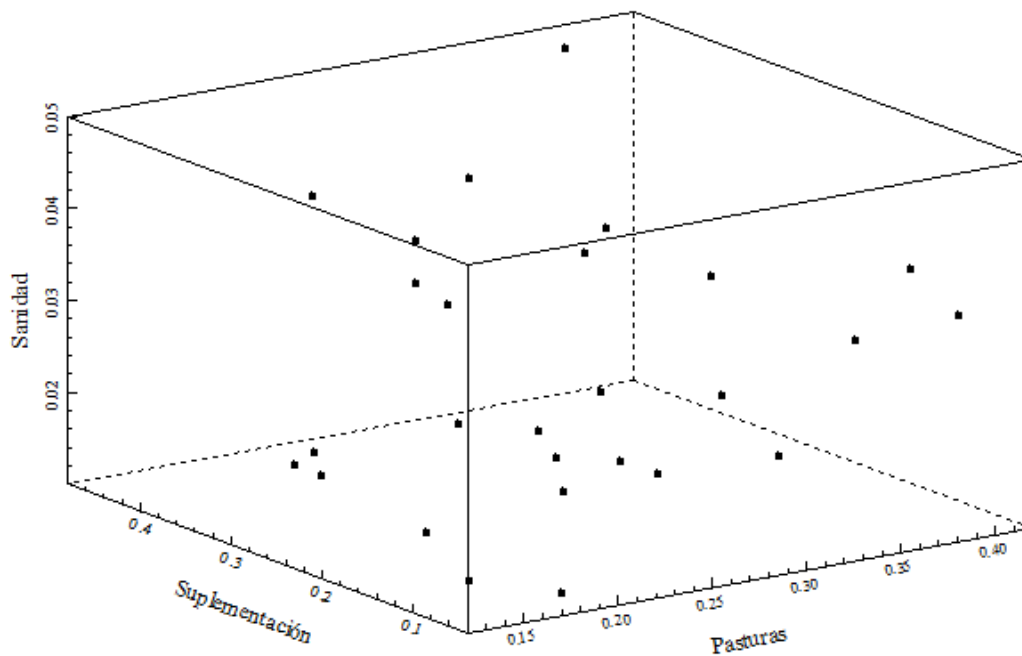
### B. Análisis gráfico de la eficiencia de producción

En la **Gráfica 2** se aprecia el ranking de eficiencia de los predios participantes, liderado por los seis predios cuyo índice de eficiencia fue  $\theta = 1$ .



Gráfica 2. Ranking de eficiencia de los 27 predios (UTD) participantes del estudio.

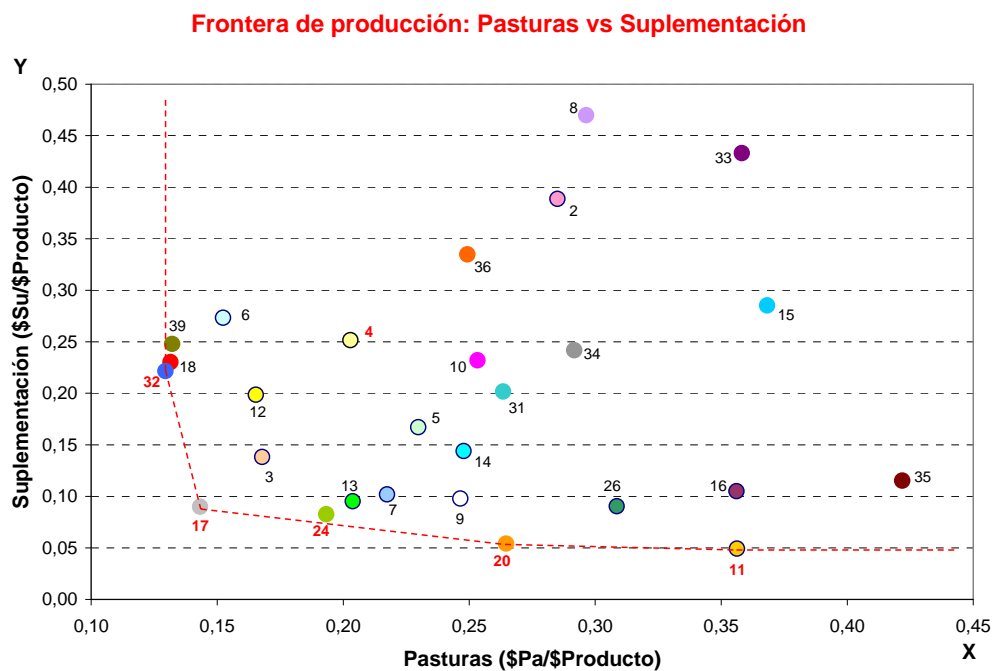
En la **Gráfica 3** se aprecia la distribución de las UTD en el espacio tridimensional (XYZ) de los insumos (pasturas, suplementación y sanidad), expresado en la cantidad de dólares gastados en dichos insumos (\$Pa, \$Su y \$Sa) por cada dólar de carne producido (\$Producto).



Gráfica 3. Representación espacial del uso de los tres insumos por unidad de producto, en dólares.

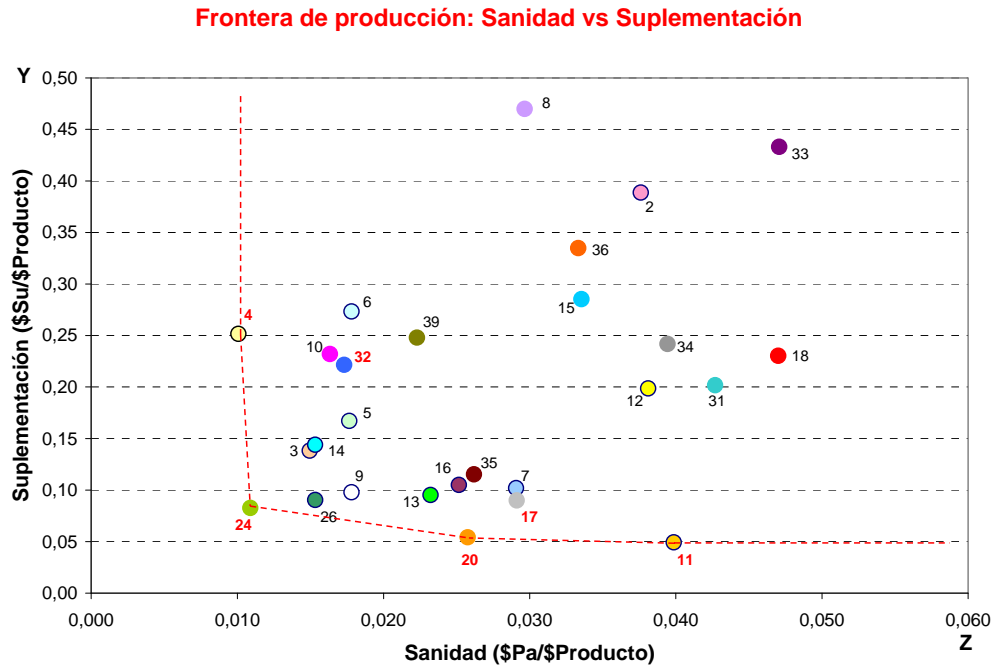
Gráficamente, la frontera o nivel de eficiencia ( $\theta = 1$ ) se corresponde con un área tridimensional de puntos que no está representada (para hacerla más legible). Dicha frontera envuelve “por debajo” a los puntos que se corresponden con cada uno de los predios, representados a través de la combinación particular en que emplean los tres insumos considerados. No hay predios ubicados por debajo de la frontera, es decir, entre ésta y los ejes de la gráfica. Aquellos cuya combinación de insumos se ubicó sobre la frontera son los eficientes en tanto que los ubicados por encima son los que exhiben algún grado de ineficiencia respecto a la frontera. A nivel gráfico, la distancia entre un predio y el punto más cercano de la frontera marca precisamente ese grado de ineficiencia.

Para ilustrar mejor el comportamiento de los 27 predios es conveniente graficar cada par de insumos en dos dimensiones (XY, YZ y XZ). Así, la **Gráfica 4** ilustra la relación entre el uso de pasturas (X) y suplementación (Y), medida en unidades monetarias. Cada predio se identifica por su número (UTD#) y utiliza el mismo color que en el ranking (**Gráfica 2**). A su vez, el número de los seis predios eficientes se presenta en color rojo, para facilitar su visualización. Así por ejemplo, la UTD# 32 se representa con un punto de color azul y su número de identificación en rojo. También en color rojo se representa la línea de corte de la frontera en el plano XY.

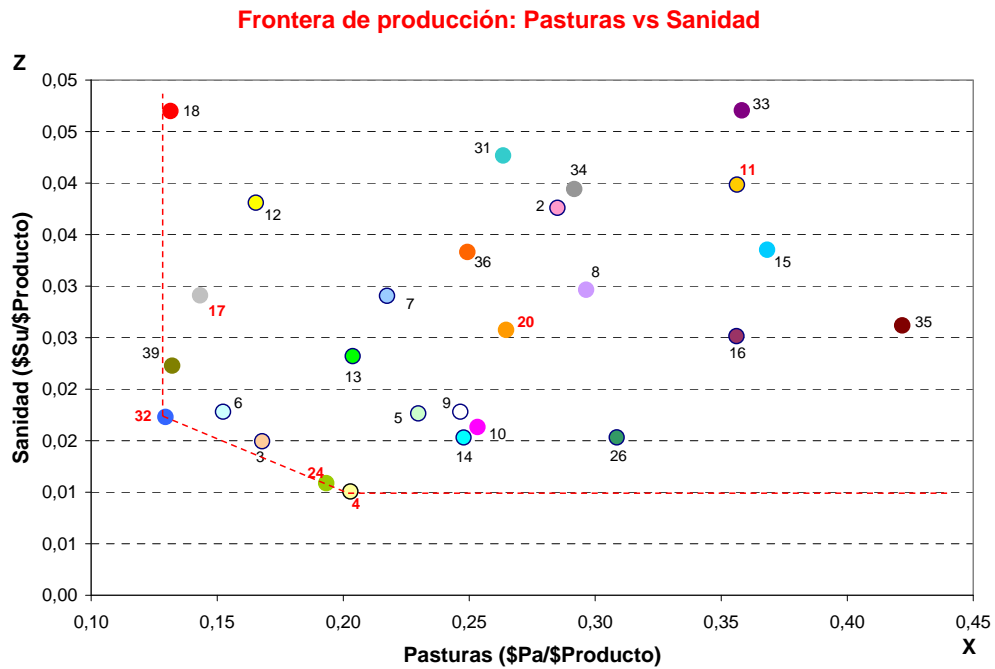


**Gráfica 4. Eficiencia respecto a la relación del gasto en pasturas y suplementación.**

Las mejores relaciones entre pasturas y suplementación se obtuvieron en los predios #32, #17, #20 y #11. De los otros dos predios eficientes, el #24 mostró una relación muy cercana a la frontera mientras que dicha relación no fue de las mejores para el predio #4.



Gráfica 5. Eficiencia respecto a la relación del gasto en sanidad y suplementación.



Gráfica 6. Eficiencia respecto a la relación del gasto en pasturas y sanidad.

La relación entre el uso de sanidad (Z) y suplementación (Y) se presenta en la **Gráfica 5**. En este caso, las mejores relaciones se obtuvieron en los predios #4, #24, #20 y #11, en tanto que los predios #32 y #17 mostraron relaciones por debajo del óptimo en esta relación. Finalmente, la relación entre el uso de sanidad (Z) y pasturas (X) aparece en la **Gráfica 6**, donde las mejores relaciones entre el empleo de estos insumos se verificó en los predios #32, #24 y #4. Los tres restantes predios, #17, #20 y #11 mostraron diversos grados de pérdida en la eficiencia, que no obstante no impidió su inclusión en el grupo de mayor eficiencia global. Nótese por ejemplo, que el predio #33 mostró niveles muy bajos de eficiencia parcial en las tres dimensiones, lo cual explica su posición en el último lugar del ranking ( $\theta = 0,397667$ ).

### C. Niveles de eficiencia a nivel de cada predio

Las restricciones de espacio no permiten discutir en detalle los resultados para cada UTD. A modo meramente ilustrativo, en la **Tabla 4** se presenta brevemente la situación verificada para la UTD #13, ubicada en el onceavo lugar del ranking ( $\theta = 0,873121$ ) e identificado con color verde claro. El nivel de eficiencia alcanzado por esta UTD<sup>0</sup> = ( $\mathbf{x}^0, q^0$ ) resultó en un 87,3% de la obtenida por la compuesta UTD <sup>$\lambda$</sup>  = ( $\mathbf{x}^\lambda, q^\lambda$ ) más cercana en la frontera de producción.

El nivel de gasto  $\mathbf{x}^0$  por unidad de producto, medido en centavos de dólar por dólar de carne vacuna en pie, para la UTD<sup>0</sup> fue de ¢20,38 en pasturas, ¢9,52 en suplementación y ¢\$2,32 en sanidad. El nivel de eficiencia más cercano sobre la frontera está dado por la UTD compuesta. Para esta, UTD <sup>$\lambda$</sup>  = ( $\mathbf{x}^\lambda, q^\lambda$ ) =  $\lambda_{17}(\mathbf{x}^0, q^0) + \lambda_{20}(\mathbf{x}^0, q^0) + \lambda_{24}(\mathbf{x}^0, q^0)$ , el valor calculado para los ponderadores fue  $\lambda_{17} = 0,439$ ,  $\lambda_{20} = 0,093$ ,  $\lambda_{24} = 0,468$  y  $\lambda_n = 0$ , para  $n \neq (\#17, \#20, \#24)$ , tal que  $\sum \lambda_n = \lambda_{17} + \lambda_{20} + \lambda_{24} = 1$ . En este caso, el nivel de gasto por dólar de carne en pie sería de ¢17,79 en pasturas, ¢8,32 en suplementación y ¢2,03 en sanidad.

**Tabla 4. Parámetros calculados para la UTD<sup>0</sup> y la UTD <sup>$\lambda$</sup>  más cercana en la frontera de producción**

UTD ( $\mathbf{x}^0, q^0$ )	Parámetros Estimados		Insumos	Gasto por dólar de producto (en centavos de US\$)		
				Pasturas	Suplementación	Sanidad
k	$\lambda_k$	Valor	$\mathbf{x}_{k0}$	$x_{k1}$	$x_{k2}$	$x_{k3}$
13	$\lambda_{13}$	0,000	$\mathbf{x}^0$	20,38	9,52	2,32
Eficiencia	$\theta$	0,873	$\theta \mathbf{x}^0$	17,79	8,32	2,03
n	$\lambda_n$	Valor	$\mathbf{x}_n$	$x_{n1}$	$x_{n2}$	$x_{n3}$
17	$\lambda_{17}$	0,439	$\mathbf{x}_{17}$	14,32	8,99	2,91
20	$\lambda_{20}$	0,093	$\mathbf{x}_{20}$	26,46	5,42	2,58
24	$\lambda_{24}$	0,468	$\mathbf{x}_{24}$	19,32	8,26	1,09
( $\mathbf{x}^\lambda, q^\lambda$ )	$\sum \lambda_n$	1,000	$\mathbf{x}^\lambda$	17,79	8,32	2,03
Ineficiencia	$\lambda_{13} \text{ marginal}$	0,127	$\mathbf{x}^\lambda \leq \mathbf{x}^0$	2,59	1,21	0,29

Para la UTD<sup>0</sup>, el valor de  $\lambda_{13} = 0$  debido a que no se encuentra en la frontera de producción y por lo tanto no forma parte de la UTD<sup>λ</sup>. Su valor marginal (0,127) indica una pérdida de eficiencia de 12,7% al utilizar su propia combinación de insumos, frente al que alcanzaría de utilizar el nivel de la UTD<sup>λ</sup>. Por cada dólar que produce de carne vacuna en pie, la UTD<sup>0</sup> gasta, en forma adicional, ¢2,59 más en pasturas, ¢1,21 más en suplementación y ¢0,29 más en sanidad que la UTD compuesta.

La **Tabla 5** muestra el gasto promedio de las UTD ubicadas en cada rango de eficiencia. En términos generales, a mayor nivel de eficiencia, menor el gasto promedio por unidad de producto en todos los insumos y mayor el margen bruto (MB) por hectárea. Sin embargo, si bien el gasto promedio en pasturas de las seis UTD eficientes ( $\theta = 1,000$ ) fue algo superior (¢7 por unidad de producto) que el registrado por las UTD no eficientes pero ubicadas en un nivel superior a 90% ( $0,9 \leq \theta < 1,0$ ), esto se vio más que compensado por un menor gasto en suplementación (¢10 por unidad de producto).

De la misma manera, el gasto promedio más bajo en sanidad correspondió al grupo ubicado en el rango de entre 70 y 80%, siendo menos eficientes, no obstante, en el nivel promedio de gasto en pasturas que las UTD que verificaron un índice superior en sanidad. De la misma forma, se observa que el MB por hectárea tiende a aumentar con la eficiencia, si bien esta relación no parece ser muy estrecha.

**Tabla 5. Gasto promedio por unidad de producto y margen bruto por hectárea, por rango de eficiencia.**

Rango de Eficiencia	Cantidad de predios en el rango	Promedio de gasto por unidad de producto (US\$)			Margen Bruto promedio (US\$/ha)
		Pasturas	Suplementación	Sanidad	
$\theta = 1,0$	6	0,215	0,125	0,022	170,31
$0,9 \leq \theta < 1,0$	4	0,146	0,222	0,026	172,46
$0,8 \leq \theta < 0,9$	4	0,228	0,117	0,025	138,25
$0,7 \leq \theta < 0,8$	3	0,244	0,181	0,016	105,67
$0,6 \leq \theta < 0,7$	2	0,389	0,110	0,026	124,68
$0,5 \leq \theta < 0,6$	5	0,275	0,312	0,036	141,34
$0,5 < \theta$	3	0,337	0,369	0,039	76,07

La matriz de correlaciones estimada para verificar posibles relaciones entre la eficiencia económica  $\theta$  (*theta*) y los parámetros productivos y económicos se presenta en la **Tabla 6**. Los parámetros considerados fueron el índice de productividad de los suelos (CONEAT), el área de pastoreo con vacunos (SPV), la producción de carne por unidad de superficie (CARNE), la carga animal promedio (DOTACIÓN), la proporción de área de pastoreo

mejorada (MEJORADO), la eficiencia del stock (EF. STOCK) y el margen bruto de la actividad por unidad de superficie (M. BRUTO). La primera columna contiene los valores de correlación estimados entre la eficiencia  $\theta$  y cada uno de los parámetros. Allí se observa que tan solo en el caso de la SPV, el MEJORADO y el M. BRUTO la relación con la medida de eficiencia resultó positiva. En ningún caso la magnitud superó 0,42 en valor absoluto.

**Tabla 6. Matriz de correlaciones entre eficiencia económica y parámetros productivos, para las 27 UTD.**

Parámetro	THETA	CONEAT	SPV	CARNE	DOTACIÓN	MEJORADO	EF. STOCK	M. BRUTO
THETA	1,00000							
CONEAT	- 0,20147	1,00000						
SPV	0,17996	- 0,03647	1,00000					
CARNE	- 0,41458	- 0,05548	- 0,52079	1,00000				
DOTACIÓN	- 0,40680	- 0,00773	- 0,37265	0,84902	1,00000			
MEJORADO	0,03134	- 0,15199	0,20039	- 0,18690	0,02885	1,00000		
EF. STOCK	- 0,34233	- 0,01428	- 0,35204	0,75213	0,45619	- 0,22779	1,00000	
M. BRUTO	0,42045	- 0,08386	- 0,36055	0,52129	0,37035	- 0,12573	0,46554	1,00000

Como era previsible, la producción de carne por unidad de superficie mostró un valor de +0,85 con la dotación y +0,75 con la eficiencia del stock, siendo los valores de correlación más altos de la matriz. La correlación entre dotación y eficiencia de stock fue estimada en +0,46. A su vez, los valores obtenidos entre éstos dos parámetros y el margen bruto fue de +0,37 y +0,47, respectivamente. Finalmente, la correlación entre producción de carne y margen bruto, ambos expresados por unidad de superficie, resultó en +0,52.

Sin embargo, los resultados del modelo Tobit en la **Tabla 7** revelaron que prácticamente ninguno de los parámetros productivos mostró una relación estadística significativa con el índice de eficiencia. La única excepción la constituyó el parámetro de producción de carne por hectárea, cuyo coeficiente asociado fue estadísticamente distinto de cero para un nivel de error tipo I de 10%.

Aunque este resultado debe tomarse con precaución, no solo por el nivel de significación sino porque el modelo no fue construido para responder esa pregunta, podría pensarse que las UTD reales operan en un rango de la función de producción donde cualquier incremento, aunque pudiera suponer una mejora en el óptimo técnico, podría aparejar una mejora en la eficiencia económica muy cercana a cero o incluso una disminución. No obstante, esta cuestión debería responderse a través de un modelo diseñado especialmente a los efectos.

**Tabla 7. Modelo de regresión Tobit (variable dependiente), para las veintisiete UTD.**

Variable	Estimación del Parámetro	Desviación Estándar	Estadístico-t	Probabilidad y Significación
Constante de regresión	1,286975	0,256340	5,020580	0,000 ***
Índice productividad CONEAT (#)	- 0,001699	0,001057	- 1,606869	0,108
Superficie Pastoreo Vacunos (ha)	0,000023	0,000053	0,439439	0,660
Producción de carne (kg/ha)	- 0,001484	0,000891	- 1,665410	0,096 *
Dotación (UGV/ha)	- 0,077528	0,146726	- 0,528383	0,597
Mejoramiento de campo (%)	- 0,073407	0,106898	- 0,686701	0,492
Eficiencia del Stock (%)	- 0,500431	0,496744	- 1,007422	0,314
Margen Bruto (US\$/ha)	0,003026	0,000430	7,035809	0,000 ***
Desvío estándar de los residuos	0,112141	0,018317	6,12215	0,000 ***

Nivel de significación ( $\alpha$ ): \*\*\* 1%; \*\* 5%; \* 10%.

Por otro lado, el coeficiente asociado al margen bruto por hectárea fue significativamente diferente de cero y positivo, confirmando la asociación existente de este parámetro y el de eficiencia económica. El efecto marginal del MB, medido por la derivada del modelo Tobit con respecto a dicha variable, permitió estimar que, en promedio, el incremento en un dólar por hectárea del MB incrementaría la eficiencia económica en 0,16%. La variable listada en último término, cuyo coeficiente asociado fue significativo, corresponde a la desviación estándar del término residual de la regresión ( $\sigma$ ), estimada conjuntamente con los coeficientes. Esto implica que el error estándar, tanto de los coeficientes como de  $\sigma$ , fueron estimados en forma consistente.

#### IV. Conclusiones

La aplicación del DEA sobre un grupo de veintisiete predios ganaderos invernadores permitió identificar aquellos cuyas combinaciones insumo/producto, en términos monetarios, resultaron óptimas, en comparación con el desempeño del grupo. De acuerdo al análisis realizado, solamente seis predios (UTD) fueron eficientes desde el punto de vista técnico, al localizarse sobre la frontera de producción definida en forma empírica. Otras tres UTD alcanzaron un 98% del nivel logrado por las UTD eficientes, en tanto que una cuarta llegó al 92%. En estos casos, las ineficiencias estuvieron referidas a gastos adicionales en suplementación o sanidad. En el nivel inferior, siete UTD mostraron niveles de eficiencia por debajo de 60% respecto a la frontera (una de ellas con un guarismo inferior a 40%).

En cuanto a las razones que condujeron a las ineficiencias encontradas, se pudo constatar que en ningún caso estuvieron relacionadas a la dotación de los recursos y factores de producción. Ni la superficie de pastoreo, ni la productividad de la tierra, ni la dotación, ni la proporción de



campo mejorado, estuvieron asociadas de alguna manera a los niveles de eficiencia exhibidos, dentro de los rangos de dotación de recursos registrados.

Aunque el estudio no relevó información específica que caracterizara a los individuos que tomaban las decisiones, la inexistencia de correlaciones lineales significativas entre el índice de eficiencia y las variables descriptivas más relevantes de las UTD sugiere que las diferencias se podrían deberse fundamentalmente a factores vinculados a la gestión, relacionadas, a su vez, con las características socioeconómicas de los productores. Sobre este punto se procurará profundizar en futuros estudios sobre el tema

Desde un punto de vista teórico, todas las combinaciones de insumos ubicadas sobre la frontera son eficientes desde el punto de vista técnico; no obstante, solo una sería eficiente desde el punto de vista económico. Para el caso analizado (mínimo costo para obtener una cierta cantidad de producto), la determinación de dicho punto estaría dado por la relación de precios existente entre los insumos.

En la práctica, es probable que cada predio haya pagado precios diferentes (diferentes marcas de específicos veterinarios, diferente composición de los suplementos o de las pasturas) por lo que los mismos deberían corregirse por todos esos factores o expresarse a través de un índice que los ponderara. La información disponible en los registros llevados por los productores no permitía encarar el análisis de esta forma por lo cual se optó por un análisis de eficiencia técnica aunque expresando las cantidades de insumo empleadas en unidades monetarias.

Otra limitante del estudio es que solamente consideró el gasto en tres grandes categorías de insumos (pasturas, suplementación y sanidad) por lo que los niveles de eficiencia calculados se refieren y restringen exclusivamente al empleo de éstos. Nada nos dice el modelo desarrollado respecto al empleo de otros factores de producción relevantes como la mano de obra. Por otro lado, la tierra se consideró como un factor fijo que no se incluyó en forma explícita aunque sí en forma implícita a través del gasto en pasturas. En tanto que el gasto en pasturas se estimó como una función de la carga animal por unidad de superficie, este constituyó un reflejo de indirecto del uso del factor tierra en la actividad de producción.

Sin desmedro del anterior, la aplicación empírica de esta técnica constituye un gran avance a la hora de analizar y comparar el desempeño técnico y económico de unidades de producción relativamente homogéneas, de manera de poder identificar factores que inciden y explican los resultados globales obtenidos. A partir de una mayor desagregación en los insumos a ser incluidos en el modelo y de una especificación más detallada de características o factores que

pueden tener alguna incidencia en los procesos de gestión de las unidades productivas, los resultados obtenidos con la técnica DEA pueden ser de mayor utilidad aun. Si bien en este caso se trabajó solamente con un producto, la herramienta permite trabajar con múltiples productos (por ejemplo, carne vacuna, carne ovina, lana, granos, etc.) con un ajuste mínimo respecto al modelo utilizado en este trabajo.

## V. Bibliografía Citada

- Abreu, Urbano G. P., Eliane G. Gomes, Paulo S. Lopes, Robledo A. Torres e Heleno N. Santos (2008), “Avaliação sistêmica da introdução de tecnologias na pecuária de gado de corte do Pantanal por meio de modelos de análise envoltória de dados.” *Revista Brasileira de Zootecnia*. 37(11): 2069-2076.
- Arzubi, Amilcar, Mercedes Mc Cormick, Laura Simonetti y Gloria Lynch (2009), “Análisis de eficiencia técnica y económica de explotaciones ovinas en la provincia de Buenos Aires.” *Revista Argentina de Economía Agraria* 11(2): 115-126.
- Bravo-Ureta, Boris E. y António E. Pinheiro (1993), “Efficiency analysis of developing country agriculture: A review of the frontier function literature.” *Agricultural and Resource Economics Review*. 22(1): 88-101.
- Charnes, Abraham, William W. Cooper y Edward Rhodes (1978), “Measuring the efficiency of decision-making units.” *European Journal of Operational Research*. 2: 429-444.
- Costas, Gabriel, Valentina Herrera y Carolina Correa (2010), *Principales Indicadores y Determinantes del Consumo de Carnes en Uruguay: Cierre al año 2009*. INAC Serie Técnica 46: 52 pp.
- Davidson, Russell y James G MacKinnon (1993), *Estimation and Inference in Econometrics*. New York: Oxford University Press.
- DIEA (2012), *Anuario Estadístico Agropecuario 2012*. Dirección de Estadísticas Agropecuarias. Ministerio de Ganadería, Agricultura y Pesca. Montevideo: 243 pp.
- Farrell, Michael J. (1957), “The Measurement of Productive Efficiency.” *J. of Royal Statistical Society. Series A (General)* 120(3): 253-290.
- Gomes, Eliane G. (2008), “Uso de Modelos DEA em Agricultura: Revisão da Literatura.” *Engevista*. 10(1): 27-51.
- Gomes, Eliane G., João Carlos C. B. Soares de Mello, Geraldo da Silva e Souza. Lidia A. Meza y João Alfredo C. Mangabeira (2009a), “Efficiency and sustainability assessment for a group of farmers in the Brazilian Amazon.” *Ann. Oper. Res.* 169: 167-181.
- Gomes, Eliane G., C.R. Grego, João Carlos C. B. Soares de Mello, G.S. Valladares, João Alfredo C. Mangabeira y E.E. Miranda (2009b), “Dependência espacial da eficiência do uso da terra em assentamento rural na Amazônia.” *Produção*. 19(2): 417-432.
- Gomes, Eliane G., João Carlos C. B. Soares de Mello y João Alfredo C. Mangabeira (2009), “Estudo da sustentabilidade agrícola em um município amazônico com análise envoltória de dados.” *Pesquisa Operacional*. 29(1): 23-42.

- Gomes, Eliane G., João Carlos C. B. Soares de Mello y Antônio C. R. de Freitas (2007), “Análise de eficiência em agricultura com unidades em desvantagem competitiva.” *SPOLM 2007*: 10 pp.
- Helguera, Lorenzo, Bruno Lanfranco y Ernesto Majó (2004), “Tecnologías de gestión en empresas agropecuarias: ¿Deuda pendiente?” *Revista Instituto Plan Agropecuario*. Núm. 112 (Diciembre): 48-53.
- Lanfranco, Bruno y Lorenzo Helguera (2006), “Óptimo técnico y económico: Diversificación, costos ocultos y el estímulo para mejorar los procreos en la ganadería nacional.” *Revista INIA Uruguay*. Núm. 8 (Setiembre): 2-5.
- Lanfranco, Bruno y Gonzalo Sapriza (2010), “Incidencia del CONEAT y otros Factores de Calidad en el Precio de la Tierra.” *Revista Agrociencia Uruguay* 14(2): 89-102.
- Maddala, Gangadharrao S. (1983), *Limited-Dependent and Quality Dependent Variables in Econometrics*. New York: Cambridge University Press.
- Thompson, Gerald L. y Sten A. O. Thore (1992), *Computational Economics: Economic Modeling with Optimization Software*. Danvers, MA: Boyd & Fraser Publishing Company.
- URUNET (2011), *Información Oficial de Aduanas*. Mercosur On-Line. URUNET Foreign Trade Statistics. Disponible en: <http://www.urumol.com>. Último acceso: octubre 2010
- Winston, Wayne L. (1994), *Operations Research: Applications and Algorithms*. Third edition. Belmont, CA: Duxbury Press.